



核动力工程  
Nuclear Power Engineering  
ISSN 0258-0926, CN 51-1158/TL

## 《核动力工程》网络首发论文

题目： 基于 ResNet-PINN 求解中子方程算法研究  
作者： 牛艺晓, 李佳芳, 杨春, 刘洋, 赖秋宇, 符美蕊, 蒋毅  
收稿日期： 2024-08-14  
网络首发日期： 2025-02-21  
引用格式： 牛艺晓, 李佳芳, 杨春, 刘洋, 赖秋宇, 符美蕊, 蒋毅. 基于 ResNet-PINN 求解中子方程算法研究[J/OL]. 核动力工程.  
<https://link.cnki.net/urlid/51.1158.TL.20250221.1008.002>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

文章编号: 0258-0926(2025)02-0001-06; DOI:

# 基于 ResNet-PINN 求解中子方程算法研究

牛艺晓<sup>1</sup>, 李佳芳<sup>2</sup>, 杨春<sup>1\*</sup>, 刘洋<sup>3</sup>, 赖秋宇<sup>1</sup>, 符美蕊<sup>1</sup>, 蒋毅<sup>1</sup>

1. 四川师范大学, 西南土地资源评价与监测教育部重点实验室, 成都, 610068; 2. 成都国营锦江机器厂, 成都, 610043;  
3. 四川大学计算机学院, 成都, 610065

**摘要:** 物理信息神经网络 (PINN) 作为一种结合物理知识的深度学习方法, 其在求解问题的精度方面存在一定的局限性。为进一步提升 PINN 模型的求解精度, 提出了一种基于残差网络 (ResNet) 结构改进的 PINN 模型 (ResNet-PINN), 详细阐述了 ResNet-PINN 基本原理和数值计算流程, 并将其应用于核领域的中子扩散和输运方程的求解。实验验证表明, ResNet-PINN 将堆芯中子方程的求解精度提高了 2~10 倍, 有效解决了 PINN 模型面临的求解精度局限性问题。

**关键词:** 物理信息神经网络 (PINN); 残差网络 (ResNet); 中子扩散方程; 中子输运方程

**中图分类号:** TL334 **文献标志码:** A

## Research on the Algorithm of Solving Neutron Equation Based on ResNet-PINN

Niu Yixiao<sup>1</sup>, Li Jiafang<sup>2</sup>, Yang Chun<sup>1\*</sup>, Liu Yang<sup>3</sup>, Lai Qiuyu<sup>1</sup>, Fu Meirui<sup>1</sup>, Jiang Yi<sup>1</sup>

1. Key Laboratory of Land Resources Evaluation and Monitoring in Southwest China, Ministry of Education, Sichuan Normal University, Chengdu, 610068, China; 2. Chengdu State-owned Jinjiang Machine Factory, Chengdu, 610043, China;  
3. School of Computer Science, Sichuan University, Chengdu, 610065, China

**Abstract:** As a deep learning method integrating physical knowledge, the Physics-Informed Neural Network (PINN) has certain limitations in terms of the accuracy of problem-solving. To further enhance the solution accuracy of the PINN model, a Physics-Informed Neural Network model based on the Residual Network (ResNet) structure (ResNet-PINN) is proposed. The basic principle and numerical calculation process of ResNet-PINN are elaborated in detail, and it is applied to the solution of neutron diffusion and transport equations in the nuclear field. Experimental verification shows that ResNet-PINN improves the solution accuracy of the core neutron equation by 2 to 10 times, effectively solving the solution accuracy limitations faced by the PINN model.

**Key words:** Physics-Informed Neural Network (PINN), Residual Network(ResNet), Neutron Diffusion Equation, Neutron Transport Equation

## 0 引言

近年来, 随着高性能计算集群的迅速发展, 对中子扩散和输运方程的求解方法研究逐渐成为中子学领域的研究热点, 其方程的精确求解对于反应堆工程的堆芯设计、研发以及运行支持至关重要。然而, 随着人工智能技术的飞速发展, 以

物理信息神经网络 (PINN)<sup>[1]</sup> 为代表的深度学习技术已经成为当下求解复杂偏微分方程的有效手段。

目前, PINN 模型已经应用于求解核反应堆物理领域的中子扩散<sup>[2-5]</sup> 和输运方程<sup>[6-7]</sup>, PINN 虽然能够较好地拟合解数据, 但由于损失函数在训

收稿日期: 2024-08-14; 修回日期: 2024-09-14

作者简介: 牛艺晓 (2000—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向是核能方向数值计算的研究, E-mail: 1148767577@qq.com

\*通讯作者: 杨春, E-mail: 328341729@qq.com

练过程中往往面临着局部最优解和梯度消失等问题,进而影响了计算精度的准确性。在中子学领域中,高精度求解不仅确保核反应堆的安全运行,还可以优化运行效能、最大化燃料利用率并提高经济效益,因此,提高 PINN 模型的求解精度成为当下研究的重要内容。从文献可知,在图像识别领域,残差网络(ResNet)结构<sup>[8-9]</sup>在提升计算精度和鲁棒性方面已显示出明显的优势,为进一步解决精度问题提供了思路。实际上,目前尚未有研究将 ResNet 与 PINN 相结合用于求解核工程领域的中子学问题,基于此,本文提出将 ResNet 结构引入 PINN 中,创造性地构建 ResNet-PINN 模型,并以中子扩散和输运方程为算例进行验证,进而研究 ResNet-PINN 模型在提高计算精度方面的可行性和有效性。

## 1 理论模型

### 1.1 中子扩散方程

在核反应堆物理分析中,能量为单能且无外源的中子堆芯稳态和瞬态扩散方程分别为:

$$\nabla^2 \Phi(r) + \frac{k_{\infty}/k_{\text{eff}} - 1}{L^2} \Phi(r) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{D\nu} \frac{\partial \Phi(r,t)}{\partial t} = \nabla^2 \Phi(r,t) + \frac{k_{\infty} - 1}{L^2} \Phi(r,t) \quad (2)$$

式中,  $\Phi(r,t)$  为  $t$  时刻在  $r$  位置处的中子通量密度;  $D$  为中子扩散系数;  $\nu$  为中子速率;  $L$  为扩散长度;  $k_{\text{eff}}$  为有效增殖系数;  $k_{\infty}$  为无限介质增殖系数;  $\nabla^2$  为拉普拉斯算子。

式(1)和式(2)可统一描述为如下的二阶微分方程:

$$F[\mathbf{x}, \Phi(\mathbf{x}), \nabla \Phi(\mathbf{x}), \nabla^2 \Phi(\mathbf{x})] = 0 \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{x}$  为扩散方程中描述的空间向量;  $\nabla$  为哈密顿算子。

### 1.2 中子输运方程

中子输运方程在不考虑外源下的离散能群、裂变源/散射源各向同性的单能稳态输运方程为积分形式,具体见参考文献[10]。为简化此方程,将其积分形式的中子输运方程进行微分升阶,变换为关于角通量密度积分原函数表示的高阶微分方程,其升阶形式平板和球几何方程分别为:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial F_0(x, \mu)'}{\partial x} + \Sigma_t(x) F_0(x, \mu)' = \\ \frac{1}{2} \left[ \Sigma_s(x) + \frac{\nu(x) \Sigma_f(x)}{k_{\text{eff}}} \right] F_0(x, 1) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial F_0(h, \mu)'}{\partial h} + \frac{1 - \mu^2}{h} \frac{\partial F_0(h, \mu)'}{\partial \mu} + \Sigma_t(h) F_0(h, \mu)' = \\ \frac{1}{2} \left[ \Sigma_s(h) + \frac{\nu(h) \Sigma_f(h)}{k_{\text{eff}}} \right] F_0(h, 1) \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $x$  为平板几何下的空间位置;  $h$  为球几何下的空间位置;  $\mu$  为对应坐标下的方向余弦;  $\Sigma_t$  为总反应截面;  $\Sigma_s$  为散射截面;  $\Sigma_f$  为裂变截面;  $\nu$  为每次裂变放出的平均中子数;  $F_0(x, \mu)$  为  $x$  位置处的关于角度变量的中子角通量密度积分原函数,  $F_0(h, \mu)$  为  $h$  位置处的关于角度变量的中子角通量密度积分原函数,其详细推理过程见参考文献[6]。

## 2 基于 ResNet-PINN 模型的中子方程求解方法

Raissi 等<sup>[1]</sup>提出的 PINN 是一种结合物理方程知识的神经网络方法,该方法通过将物理信息融入机器学习框架,使得物理方程的信息也能够参与到神经网络的训练中。为进一步研究提升 PINN 模型预测精度的新方法,构建了 ResNet-PINN 模型,ResNet-PINN 与 PINN 的不同之处在于引入了残差块,而这些残差块通过跨层连接,有助于缓解深层网络中的梯度消失问题,使得神经网络能够更深层次地训练,从而提高网络的训练效果和预测精度。

首先定义一个残差块(图1)。通过对残差块的输入  $X$  和输出值  $F(X)$  共同经过激活函数作用来学习残差,其最终的输出  $Y$  由输入和学习到的残差相加得到,具体表示为:

$$Y = \sigma[X + F(X)] \quad (6)$$

$$F(X) = W_2 \sigma(W_1 X + b_1) + b_2 \quad (7)$$

式中,  $X$ 、 $Y$  分别为残差块的输入和输出;  $W_1$ 、 $W_2$  分别为残差块第1层和第2层的权重;  $b_1$ 、 $b_2$  分别为残差块第1层和第2层的偏置;  $\sigma$  为激活

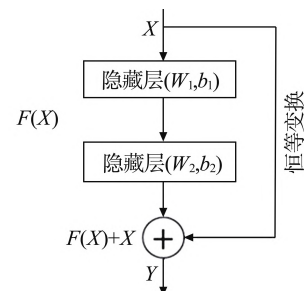


图1 残差块  
Fig. 1 Residual Block

函数； $F(X)$ 为第 1 隐藏层的输出值。

在 ResNet-PINN 模型中，求解中子方程解的问题实际被转化为了损失函数优化问题，并通过搭建全连接的前馈神经网络 $N(\mathbf{x})$ 来拟合待求的函数 $\Phi(\mathbf{x})$ 。在网络优化训练过程中，用于优化的损失函数包括 3 部分：控制方程残差 $F_{f\text{-loss}}$ 、边界条件残差 $F_{b\text{-loss}}$ 和初始条件残差 $F_{c\text{-loss}}$ 。假设 $\mathbf{x}^i$ 为控制方程内的几何空间向量， $N_f$ 为所选取的内部点数量，其 $F_{f\text{-loss}}$ 计算式为：

$$F_{f\text{-loss}} = \frac{1}{N_f} \sum_i F[\mathbf{x}^i, N(\mathbf{x}^i), \nabla N(\mathbf{x}^i), \nabla^2 N(\mathbf{x}^i)]^2 \quad (8)$$

同样地，设 $\mathbf{x}_b^j$ 和 $\mathbf{x}_c^k$ 分别为边界和初始条件上的几何空间向量， $N_b$ 、 $N_c$ 为所选取的边界和初始点的数量。对边界条件值 $K_b(\mathbf{x}_b^j)$ 与初始条件值 $K_c(\mathbf{x}_c^k)$ 有损失残差项，表达式分别为：

$$F_{b\text{-loss}} = \frac{1}{N_b} \sum_j [N(\mathbf{x}_b^j) - K_b(\mathbf{x}_b^j)]^2 \quad (9)$$

$$F_{c\text{-loss}} = \frac{1}{N_c} \sum_k [N(\mathbf{x}_c^k) - K_c(\mathbf{x}_c^k)]^2 \quad (10)$$

由于各损失函数的数值和收敛速度不同，ResNet-PINN 通过引入权重系数( $\alpha$ )来平衡不同损失项在迭代收敛过程中的贡献，从而使神经网络模型在训练优化过程中能够有效满足各损失项的要求，促进更快速地收敛至最优值<sup>[6]</sup>。本文 $\alpha$ 的选取策略是在训练初期设置不同的 $\alpha$ 值，并通过实验选取损失函数下降最快的参数进行后续训练。由于神经网络具有一定的不可解释性，不同问题通常有不同的最优参数值，主要基于实验过程进行选择。最终的损失函数表达式为：

$$F_{\text{all-loss}} = F_{f\text{-loss}} + \alpha(F_{b\text{-loss}} + F_{c\text{-loss}}) \quad (11)$$

最后，通过不断训练优化各参数来最小化 $F_{\text{all-loss}}$ ，使得 $F_{\text{all-loss}}$ 趋近于 0，此时神经网络的输出即为方程的近似解。

### 3 方程求解验证

#### 3.1 一维平板中子扩散方程

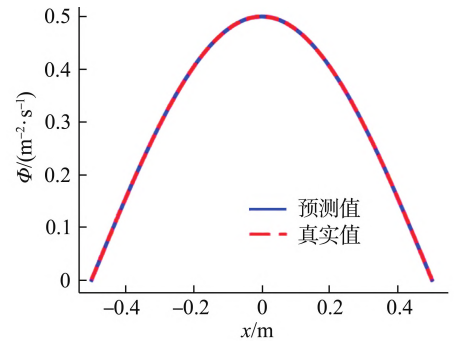
考虑临界状态下的扩散方程时，平板的解析解为 $\Phi(x) = C \cdot \cos(x \cdot \pi/a)$ ，这里几何参数 $C$ 为常数， $a$ 为平板厚度。在方程的求解过程中，采用文献[10]中提出的特征值加速收敛方法，将 $\Phi(0) = 0.5$ 作为加权损失函数组成部分进行训练。模型的超参数设置为： $a = 1 \text{ m}$ ， $C = 0.5$ ，网络深度 $l = 8$ ，

隐藏层的神经元个数 $s = 64$ ， $\alpha = 100$ ，网格点通过拉丁超立方抽样(LHS)生成 $N_f = 3000$ 个内部配置点数，并均匀采取 $N_b = 100$ 个作为边界数据点。训练过程使用 Adam 优化器进行 3500 次迭代，学习率设置为 0.001，激活函数选择双曲正切(tanh)函数。本文选择均方误差(MSE)作为神经网络模型预测精度的评价指标，具体计算式为：

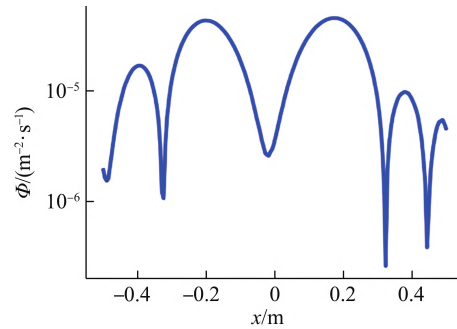
$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\Phi(x_i, t_i) - \Phi_{\text{prediction}}(x_i, t_i)|^2 \quad (12)$$

式中， $(x_i, t_i)$ 为测试集的采样点； $\Phi(x_i, t_i)$ 为求解的中子通量密度准确值； $\Phi_{\text{prediction}}(x_i, t_i)$ 为中子通量密度的模型预测值。

PINN 在稳态中子扩散模型中的 MSE 为  $6.8813 \times 10^{-9}$ ，而 ResNet-PINN 模型的 MSE 为  $7.2698 \times 10^{-10}$ ，计算结果表明，ResNet-PINN 模型在精度上显著提高，将预测精度提升了 10 倍左右。图 2a 展示了 ResNet-PINN 模型训练出的预测值和真实值的对比，可明显看出神经网络学习到的预测解与真实解吻合较好，而图 2b 中绝对误差分布不均匀，这是由于神经网络在训练过程



a 真实值与预测值的对比



b 绝对误差

图 2 ResNet-PINN 求解稳态中子扩散方程的解  
Fig. 2 Solution of the Steady-State Neutron Diffusion Equation by ResNet-PINN



中的随机性导致的。

### 3.2 一维瞬态中子扩散方程

求解一维瞬态中子扩散方程，如式(2)所示，瞬态一维平板扩散方程解析解见文献[11]，方程参数设置为： $\nu = 2.2 \times 10^3$  m/s； $D = 0.211 \times 10^{-2}$  m； $L^2 = 2.1037 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>； $k_{\infty} = 1.0041$ ； $a = 1$  m。

这里初始条件选取为  $\cos(\pi \cdot x/a) - 0.4 \cos(2\pi \cdot x/a) - 0.4$ 。在选取的时空区域  $x \in [-0.5, 0.5]$  和  $t \in [0, 0.01]$  内，利用 LHS 生成  $N_t = 3000$  个内部配置采样数据，同时均匀选取  $N_b = 100$  个边界值和  $N_c = 100$  个初始值数据。优化器采用 Adam-L-BFGS，先使用 Adam 优化器迭代 3000 次，学习率设置为 0.001，然后利用 L-BFGS 优化器进行调优，直到损失函数不再下降，其余参数的选取与 3.1 节一致。

图 3 展示了 ResNet-PINN 模型求解瞬态中子扩散方程时，在不同  $t$  时刻下真实值与预测值的对比，可明显看出神经网络模型学习到的预测解与真实解拟合得较好。通过实验可知，PINN 瞬态中子扩散模型的 MSE 为  $1.3882 \times 10^{-8}$ ，而 ResNet-PINN 模型的 MSE 为  $7.1570 \times 10^{-9}$ ，相比之下，PINN 模型在精度上明显低于 ResNet-PINN 模型，ResNet-PINN 模型将预测精度提高了约 2 倍。

### 3.3 升阶形式平板几何中子输运方程

针对式(4)描述的平板几何单群输运问题，设平板材料特征为  $\Sigma_r = 0.050$  cm<sup>-1</sup>， $\Sigma_s = 0.030$  cm<sup>-1</sup>， $\nu\Sigma_f = 0.0225$  cm<sup>-1</sup>，平板两侧为真空边界条件。按文献[12]理论，本问题中临界半厚度  $b = 66.00527544$  cm，此时  $k_{\text{eff}} = 1$ 。

在求解平板几何输运方程时，除文献[6]提出的特征值约束条件外，同时原函数定解约束式也作为加权损失函数组成部分进行训练，具体的损失函数及样本生成方式见表 1。模型的超参数设置为：网络深度  $l = 14$ ，中间隐藏层的神经元个数  $s = 64$ ，权重系数  $\alpha = 20$ ，激活函数选用 tanh。优化器采用 ADAM-L-BFGS，先使用 ADAM 迭代 7000 次，学习率设置为 0.0001，接着 L-BFGS 进行调优，直到损失函数不再下降。

通过实验可得，PINN 模型的 MSE 为  $1.7399 \times 10^{-5}$ ，而 ResNet-PINN 模型的 MSE 为  $2.9178 \times 10^{-6}$ ，实验数据表明，ResNet-PINN 模型在提高精度方面具有一定的可行性，其在 PINN 模型的基础上

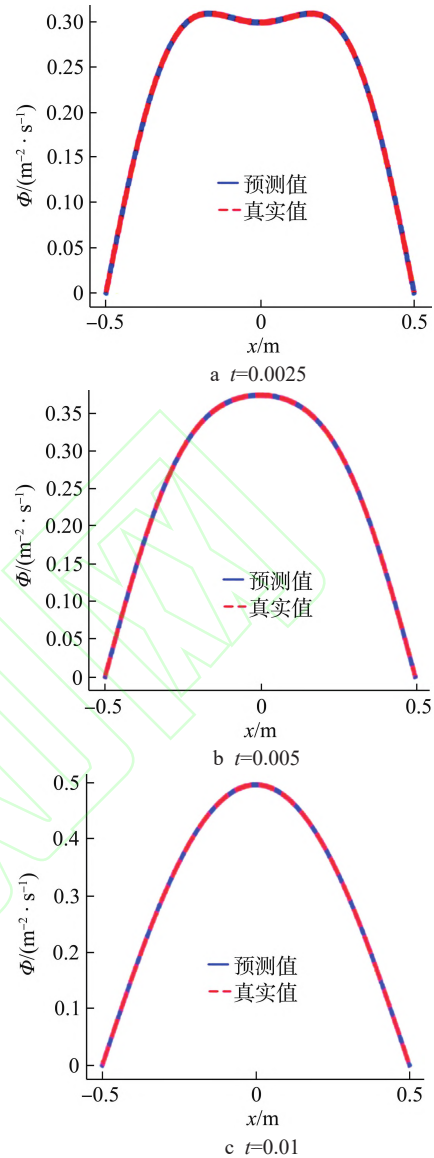


图 3 ResNet-PINN 在不同时间求解方程的预测值与真实值对比图

Fig. 3 The Comparison Graph of the Predicted Values and the True Values of ResNet-PINN in Solving the Equation at Different Time

将预测精度提高了近 6 倍。

### 3.4 升阶形式球几何中子输运方程

针对式(5)描述的球几何单群单材料区域问题，其材料特性同 3.3 节，由文献[12]理论可知，归一化球几何半径  $R = 145.5436358$  cm，此时系统为临界时状态， $k_{\text{eff}} = 1$ 。

在求解球几何输运方程时，除文献[6]提出的特征值约束条件外，原函数定解约束式也应作为加权损失函数组成部分进行训练，具体的损失函数及样本生成方式见表 2。模型的超参数设置

表 1 平板几何机器学习损失函数及样本生成方式

Tab. 1 Loss Function and Sample Generation Method for Machine Learning in Planar Geometry

损失函数来源类型	约束形式	样本域	样本点个数	生成方式
控制方程	式 (5)	$-b \leq x \leq b, -1 \leq \mu \leq 1$	9000	LHS 抽样分布
边界条件	$F(x, \mu)' \geq 0$	$-b \leq x \leq b, -1 \leq \mu \leq 1$	9000	LHS 抽样分布
	$x = b, -1 \leq \mu \leq 0, F(x, \mu)' = 0$	$x = b, -1 \leq \mu \leq 0$	200	等间距分布
	$x = -b, 0 \leq \mu \leq 1, F(x, \mu)' = 0$	$x = -b, 0 \leq \mu \leq 1$	200	等间距分布
原函数定解约束	$\mu = -1, F_0(x, -1) = 0$	$-b \leq x \leq b, \mu = -1$	200	等间距分布
特征值约束	$F_0(0, 1)' = 0.2$	$x \in \{0, 0\}$	1	固定
	$F_0(0, -1)' = 0.2$	$\mu \in \{-1, 1\}$	1	固定

表 2 球几何机器学习损失函数与样本生成方式

Tab. 2 Loss Function and Sample Generation for Machine Learning in Spherical Geometry

损失函数来源类型	约束形式	样本域	样本点个数	生成方式
控制方程	式 (7)	$0 \leq h \leq R, -1 \leq \mu \leq 1$	3000	LHS 抽样分布
边界条件	$F(h, \mu)' \geq 0$	$0 \leq h \leq R, -1 \leq \mu \leq 1$	3000	LHS 抽样分布
	$h = R, -1 \leq \mu \leq 0, F(h, \mu)' = 0$	$h = R, -1 \leq \mu \leq 0$	100	等间距分布
原函数定解约束	$\mu = -1, F_0(h, -1) = 0$	$0 \leq h \leq R, \mu = -1$	100	等间距分布
特征值约束	$F_0(0, \mu)' = 0.5$	$h = 0, -1 \leq \mu \leq 1$	100	等间距分布

为：网络深度  $l = 12$ ，中间隐藏层的神经元个数  $s = 32$ ，权重系数  $\alpha = 20$ 。优化器采用 ADAM-L-BFGS，先使用 ADAM 迭代 5000 次，学习率设置为 0.0001，随后使用 L-BFGS 进行调优，直到损失函数不再下降。

通过实验验证，PINN 模型的 MSE 为  $1.7987 \times 10^{-4}$ ，而 ResNet-PINN 模型的 MSE 为  $5.5023 \times 10^{-5}$ ，相比较而言，ResNet-PINN 模型的预测精度更高，其预测精度比 PINN 模型高 3 倍左右，这一方法也证明了 ResNet 在增强 PINN 性能方面的有效性。

## 4 结论

本文提出了一种基于 ResNet 结构改进的 PINN 模型，即 ResNet-PINN，并成功将其应用于中子扩散和输运方程的求解。实验结果表明，与经典的 PINN 模型相比，ResNet-PINN 在求解精度方面取得了显著提升，预测精度提高了 2~10 倍。这一方法不仅证明了 ResNet 结构在增强 PINN 性能方面的潜力，同时为今后求解复杂几何多群多维扩散问题、复杂能群中子输运问题等一系列更加复杂的中子学偏微分方程提供一种更高效、更精确的方法。未来将进一步优化模型结

构和算法，并结合实验数据和前沿技术，如量子计算和大数据分析，进一步增强模型的可靠性和性能，从而推动 ResNet-PINN 在应对更复杂物理问题方面的应用，为科学研究提供更为高效、精准的解决方案。

## 参考文献：

- [1] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: a deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2019, 378: 686-707.
- [2] XIE Y C, WANG Y H, MA Y, et al. Neural network based deep learning method for multi-dimensional neutron diffusion problems with novel treatment to boundary[J]. *Journal of Nuclear Engineering*, 2021, 2(4): 533-552.
- [3] 刘东, 罗琦, 唐雷, 等. 基于 PINN 深度机器学习技术求解多维中子学扩散方程 [J]. *核动力工程*, 2022, 43(2): 1-8.
- [4] WANG J Y, PENG X J, CHEN Z, et al. Surrogate modeling for neutron diffusion problems based on conservative physics-informed neural networks with boundary conditions enforcement[J]. *Annals of Nuclear Energy*, 2022, 176: 109234.
- [5] ELHAREEF M H, WU Z Y. Physics-informed neural

- network method and application to nuclear reactor calculations: a pilot study[J]. *Nuclear Science and Engineering*, 2023, 197(4): 601-622.
- [6] 刘东, 王雪强, 张斌, 等. 深度学习方法求解中子输运方程的微分变阶理论 [J]. *原子能科学技术*, 2023, 57(5): 946-959.
- [7] XIE Y C, WANG Y H, MA Y. Boundary dependent physics-informed neural network for solving neutron transport equation[J]. *Annals of Nuclear Energy*, 2024, 195: 110181.
- [8] HE K M, ZHANG X Y, REN S Q, et al. Deep residual learning for image recognition[C]//29th IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Las Vegas: IEEE, 2016: 770-778.
- [9] 郭玥秀, 杨伟, 刘琦, 等. 残差网络研究综述 [J]. *计算机应用研究*, 2020, 37(5): 1292-1297.
- [10] 曹良志, 谢仲生, 李云召. 近代核反应堆物理分析 [M]. 北京: 中国原子能出版社, 2017:12-20.
- [11] 谢仲生, 曹良志, 张少泓. 核反应堆物理分析 [M]. 第五版. 西安: 西安交通大学出版社, 2020: 69-90.
- [12] 杜书华. 输运问题的计算机模拟 [M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1989:467-470.

(责任编辑: 刘君)